

DOI: 10.3901/JME.2012.13.121

任意结构多轴数控机床后置处理的全微分求解算法*

彭芳瑜¹ 马吉阳² 王力² 闫蓉² 李斌¹

(1. 华中科技大学数字制造装备与技术国家重点实验室 武汉 430074;

2. 华中科技大学国家数控系统工程技术研究中心 武汉 430074)

摘要: 针对目前多轴数控机床后置求解算法主要是面向某一结构机床的特点, 提出适用于任意结构多轴数控机床的通用后置求解方法。根据多体运动学理论建立任意结构多轴数控机床通用运动学模型, 通过使用全微分形式描述相邻刀位点空间关系, 使复杂的运动学逆向求解转化为求解以各轴运动坐标增量为变量的线性方程组求解问题, 求解快速精确。初始各轴运动坐标的求解采用数值方法和全微分法相结合的方法, 确保后续点的求解精度。对特定结构的多轴数控机床采用全微分法、公式推导法和数值计算法进行后置求解, 对比各算法的结果表明这种全微分后置求解方法具有通用性, 算法精度很高, 求解速度快。

关键词: 全微分 任意结构 多轴机床 通用后置

中图分类号: TH161

Post-processing Algorithm Based on Total Differential Method for Multi-axis Machine Tools with Arbitrary Configuration

PENG Fangyu¹ MA Jiyang² WANG Li² YAN Rong² LI Bin¹

(1. State Key Lab of Digital Manufacturing Equipment & Technology,
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074;

2. National Numerical Control System Engineering Research Center,
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract: Due to existing post-processing algorithm, which is only suitable for a specific type of multi-axis NC machine tool, a generalized method that fits arbitrary configuration is presented. It derives a general kinematic model from multi-body kinematics, and describes the spatial relationship between adjacent CL-data as total differential. The complicated reverse kinematics problem is transformed into solving linear equations. The initial machine control data is solved with the combination of numerical method and total differential method to ensure solving accuracy of subsequent CL-data. In comparison with conventional methods, experiments on a specific machine tool show that the total differential method has attributes of being better generalized, more accurate, and with faster computing speed.

Key words: Total differential Arbitrary configuration Multi-axis machine tools General post-processing

0 前言

多轴数控机床的刀具在加工空间具有任意可达性, 有利于提高加工质量和加工效率, 因此广泛

应用于自由曲面加工^[1]。目前多轴数控机床后置求解, 主要采用面向某一结构机床的间接求解方法, 如推导法和几何法, 通过推导求解机床运动学方程, 得到各运动轴控制数据。间接求解法得到的结果没有误差, 但算法不具有通用性。随着加工零件的日益复杂, 机床结构更为多样, 采用间接求解法的CAM软件无法完成这些特殊结构多轴机床的后置求解, 从而限制相关结构机床的研制和应用, 因此

* 国家自然科学基金(51075168)、教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-08-0231)和国家重点基础研究发展计划(973计划, 2011CB706803)资助项目。20111012收到初稿, 20120228收到修改稿

研究具有精确性和快速性的通用后置求解算法具有重要意义。

国内外对多轴数控机床的后置求解进行广泛研究,主要有基于公式或几何推导的间接求解法和基于数值计算的直接求解法。对于公式推导间接求解法,LEE 等^[2]采用齐次阵描述空间变换,建立机床运动变换,推导求解三种典型结构五轴机床运动方程。SHE 等^[3-5]根据机床转动轴的分布,建立机床通用运动变换,推导求解多种正交结构和斜主轴/工作台结构机床的运动方程。YUN 等^[6]针对三转动两平动的大型螺旋桨加工机床的运动方程非线性,无法推导求解的问题,采用几何法进行后置求解。石宏等^[7]建立 3-TPS 混联机床的运动变换,推导求解刀具位姿和摆刀中心坐标。罗明等^[8]根据机床运动学约束条件和无干涉要求,由几何关系推导刀具摆角,使刀矢不发生干涉且变化比较均匀。彭芳瑜等^[9]建立七轴五联动车铣复合机床运动学模型,基于联动轴配置,转动轴角度象限和转动轴大角度转动等约束条件,对机床运动学方程进行推导求解。对于数值计算直接求解法,何耀雄等^[10]建立考虑机床几何误差的运动变换,采用最速下降法和牛顿法相结合的数值方法进行求解,但没有给出算法验证结果,而且数值算法中使用的雅可比矩阵在某些刀具运动轨迹处可能呈现病态,产生奇异解和计算误差。

以上研究主要采用针对某一结构机床的间接求解法进行后置求解,算法不具有通用性,而面向任意结构的数值计算直接求解法,计算时间长、计算精度难以保证。为此,本文提出适用于任意结构多轴数控机床后置求解的全微分直接求解算法。根据机床运动学模型,将相邻刀位点间的空间关系用全微分描述,进而求解以各轴运动坐标增量为变量的线性方程组。最后以大型螺旋桨叶片加工机床为验证对象,分别采用全微分法、公式推导法和数值方法进行后置求解,对比几种算法的计算精度和计算效率。

1 任意结构多轴数控机床的通用运动学建模

根据典型多轴机床各运动轴的分布,建立多轴数控机床通用结构,如图 1 所示。 $O_i x_i y_i z_i$ 为刀具坐标系, $O_w x_w y_w z_w$ 为工件坐标系。 R_0 为工作台转动轴零点, R_1 为主轴侧相邻转动轴轴线交点, R_2 为工件侧相邻转动轴投影交点。 $L_x \mathbf{i} + L_y \mathbf{j} + L_z \mathbf{k}$ 为刀具坐标

系 $O_i x_i y_i z_i$ 与 R_1 点间的偏置矢量, $L_{wx} \mathbf{i} + L_{wy} \mathbf{j} + L_{wz} \mathbf{k}$ 为工件坐标系 $O_w x_w y_w z_w$ 与 R_0 点间的偏置矢量, $L_x \mathbf{i} + L_y \mathbf{j} + L_z \mathbf{k}$ 为 R_0 与 R_2 间的偏置矢量。 A_1 、 B_1 和 C_1 为主轴侧可能存在的三个旋转轴, A_2 (B_2) 和 C_2 轴为工件侧可能存在的两个旋转轴。

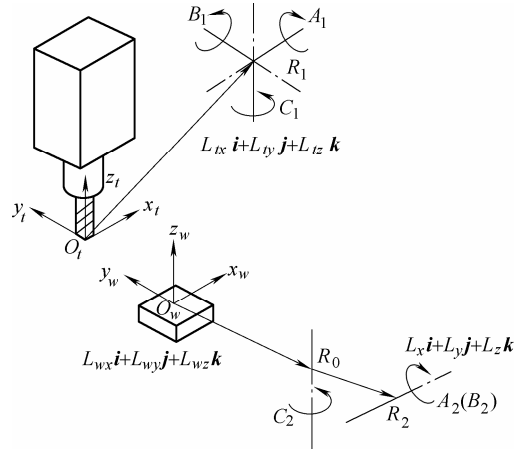


图 1 多轴数控机床通用结构

根据机床运动链中各运动轴的变换关系,建立刀具到工件的运动变换,变换矩阵如下

$$\mathbf{Q}_{WT} = \mathbf{Q}_{WM} \mathbf{Q}_{MT} \quad (1)$$

式中, \mathbf{Q}_{MT} 为各运动轴从刀具坐标系到机床运动变换矩阵,运动副数为 m ; \mathbf{Q}_{WM} 为机床坐标系到工件坐标系运动变换矩阵,运动副数为 n ,可以表示为

$$\mathbf{Q}_{MT} = \prod_{i=1}^m \mathbf{Q}_{i+1,i} = \prod_{i=1}^m [\mathbf{T}(L_i, M_i) \mathbf{R}(W_i, \phi_i)] \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$\mathbf{Q}_{WM} = \prod_{i=m+1}^{n+m} \mathbf{Q}_{i+1,i} = \prod_{i=m+1}^{n+m} [\mathbf{T}(L_i, M_i) \mathbf{R}(W_i, \phi_i)] \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

式中, $\mathbf{Q}_{i+1,i}$ 为任意相邻运动部件之间的运动变换矩阵, $\mathbf{T}(L_i, M_i)$ 为运动变换位置阵。

$$\mathbf{Q}_{i+1,i} = \mathbf{T}(L_i, M_i) \cdot \mathbf{R}(W_i, \phi_i) \quad (4)$$

$$\mathbf{T}(L_i, M_i) = \begin{pmatrix} E & M_i + L_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中, M_i 表示平动轴的运动量, L_i 为运动链中相邻运动坐标系间偏置矢量, $L_i = L_x \mathbf{i} + L_y \mathbf{j} + L_z \mathbf{k}$ 。

绕任意轴的旋转变换阵可表示为

$$\mathbf{R}(W_i, \phi_i) = \begin{pmatrix} W_{x,i}^2(1 - C\phi_i) + C\phi_i & W_{x,i}W_{y,i}(1 - C\phi_i) - W_{z,i}S\phi_i \\ W_{x,i}W_{y,i}(1 - C\phi_i) + W_{z,i}S\phi_i & W_{y,i}^2(1 - C\phi_i) + C\phi_i \\ W_{x,i}W_{z,i}(1 - C\phi_i) - W_{y,i}S\phi_i & W_{y,i}W_{z,i}(1 - C\phi_i) + W_{x,i}S\phi_i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} W_{x,i}W_{z,i}(1-C\phi_i) + W_{y,i}S\phi_i & 0 \\ W_{y,i}W_{z,i}(1-C\phi_i) - W_{x,i}S\phi_i & 0 \\ W_{z,i}^2(1-C\phi_i) + C\phi_i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中， ϕ 表示旋转轴绕的运动量，旋转轴绕任意矢量 $W_i = W_{x,i}i + W_{y,i}j + W_{z,i}k$ 旋转。当 W_i 为单位矢量时，旋转变换阵为绕 x 、 y 和 z 轴旋转的运动变换阵。 $S\phi_i$ 和 $C\phi_i$ 分别代表 $\sin \phi_i$ 和 $\cos \phi_i$ 。

2 全微分通用后置直接求解算法

为保证加工连续性和运动平稳性，除驱近段和转接段，加工中刀具运动轨迹一般连续可微。根据机床轴空间与工件坐标系的映射关系，可知刀具到工件的运动变换函数连续可微，故可由全微分定理，将运动变换函数表示为全微分形式。

刀具运动轨迹包括刀位点的位置矢量和方向矢量，其中刀位点位置矢量为 $Q = Q_x i + Q_y j + Q_z k$ ，刀位点方向矢量为 $K = K_x i + K_y j + K_z k$ ，用齐次变换阵表示为

$$P = \begin{pmatrix} Q_x & K_x \\ Q_y & K_y \\ Q_z & K_z \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

图 2 为同一条刀路中相邻刀位点 P_i 和 P_{i+1} 在空间上关系，可表示为

$$P_{i+1} = P_i + \begin{pmatrix} \Delta Q_x & \Delta K_x \\ \Delta Q_y & \Delta K_y \\ \Delta Q_z & \Delta K_z \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

式中， ΔQ_x 、 ΔQ_y 、 ΔQ_z 为相邻刀位点位置矢量增量， ΔK_x 、 ΔK_y 、 ΔK_z 为相邻刀位点方向矢量增量。

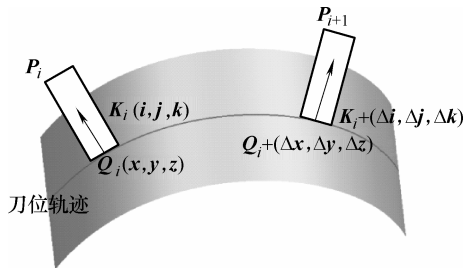


图 2 相邻刀位点空间关系

由式(3)，建立工件坐标系和机床轴空间的映射关系

$$P = f(M, \phi) = Q_{WT} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中， M 和 ϕ 为各轴运动坐标平动分量和转动分量。以三平动两转动(假设 A 、 C 轴)结构的五轴机床为例，根据全微分定理，可得如下关系

$$P_{i+1} = P_i + \frac{\partial f(M, \phi)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f(M, \phi)}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f(M, \phi)}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial f(M, \phi)}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial f(M, \phi)}{\partial C} \Delta C \quad (10)$$

式(10)进一步化简，得到机床各轴运动坐标增量作为变量的线性方程组，如下所示

$$\begin{cases} a_{11}\Delta A + a_{12}\Delta C + a_{13} = 0 \\ a_{21}\Delta A + a_{22}\Delta C + a_{23} = 0 \\ a_{31}\Delta A + a_{32}\Delta C + a_{33} = 0 \\ a_{41}\Delta A + a_{42}\Delta C + a_{43}\Delta x + a_{44}\Delta y + a_{45}\Delta z + a_{46} = 0 \\ a_{51}\Delta A + a_{52}\Delta C + a_{53}\Delta x + a_{54}\Delta y + a_{55}\Delta z + a_{56} = 0 \\ a_{61}\Delta A + a_{62}\Delta C + a_{63}\Delta x + a_{64}\Delta y + a_{65}\Delta z + a_{66} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中， Δx 、 Δy 、 Δz 、 ΔA 和 ΔC 为各轴运动坐标增量。式(10)通过推导得偏微分矩阵，代入刀位点 P_i 对应的运动轴坐标，化简后得到常数项系数 $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{64}, a_{65}, a_{66}$ 。

对于驱近段和转接段，通常设置为线性或圆弧进退刀形式，是刀轴沿某一固定朝向的三轴运动。因此，只需要计算进退刀时初始点的轴解值，后续点按三轴运动处理。这样，就将驱近段和转阶段简化为切削行上的点和进退刀初始点之间的关系。对于加工空间的两个点之间的求解，可以采用全微分法进行求解。

全微分算法中，初始各轴运动解 Δ_0 的准确性是后续精确求解的前提，所以对 Δ_0 采取数值方法和全微分算法结合的求解方法。采用数值法进行初值搜索，在数值算法编写时以循环 500 次作为结束条件，这样就能迅速得到初始结果，虽然与理想值会存在一定偏差，但是可以满足全微分算法对初值的要求。

根据第一个刀位点位置坐标分量最大值，设定各轴运动坐标 Δ_0 的平动分量，转动分量设为 0，用最速下降法和阻尼最小二乘法搜索初值 Δ'_0 ；将结果作为初值代入全微分算法求解，得到精确解 Δ_0 。

全微分算法的整体流程图如图 3 所示。按照上述方法求出初始各轴运动解 Δ_0 之后，每次求解都以刀位点 P_i 、 P_{i+1} 及其对应的机床运动坐标 Δ_i 为初始值，应用全微分迭代求解，直至得到足够精度的刀位点 P_{i+1} 对应的机床运动坐标 Δ_{i+1} 。

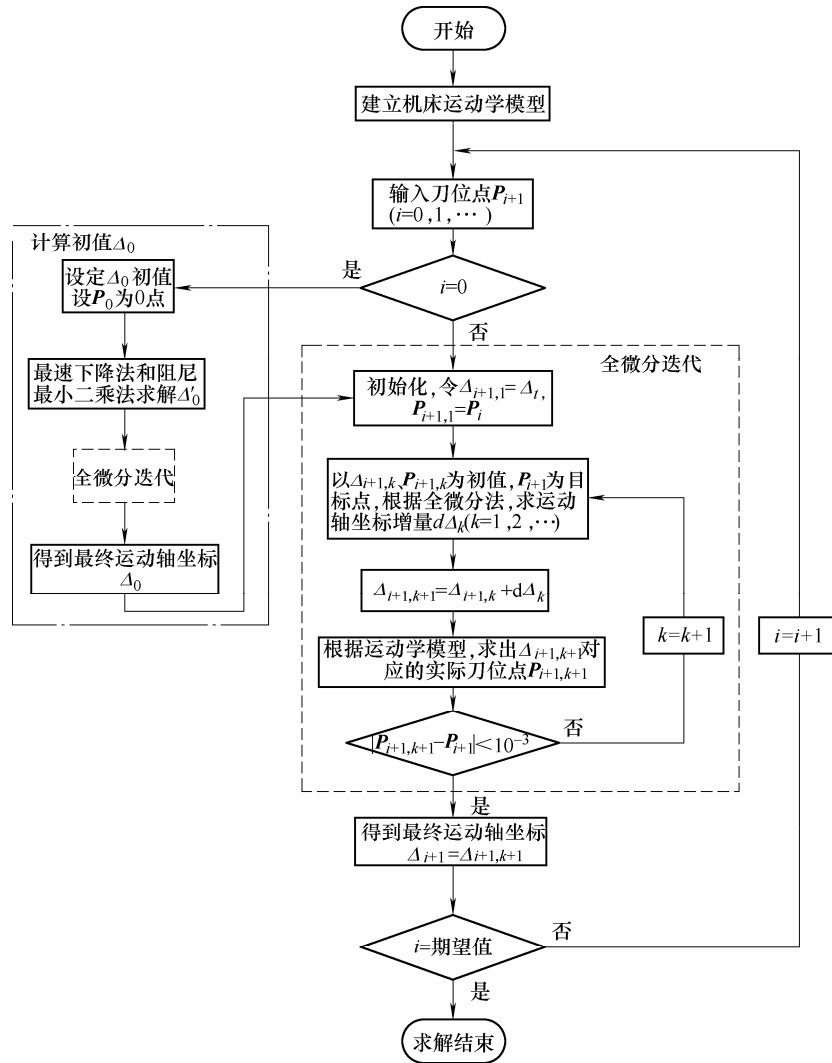


图 3 全微分直接求解算法流程图

3 全微分通用后置直接求解算法验证

本文以与武汉某重型机床厂联合开发的七轴五联动机床为例，进行全微分通用后置直接求解算法的验证。该机床的结构为三转动两平动。目前商用 CAM 软件无法后置求解此类结构机床，需要定制求解方案。

加工某型号的螺旋桨叶片，生成的刀具运动轨迹如图 4 所示。

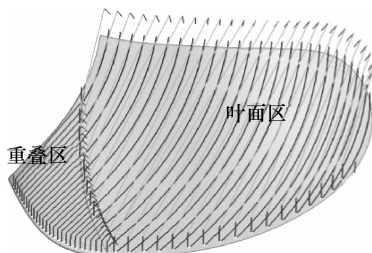


图 4 某型号螺旋桨叶片加工刀具运动轨迹

机床结构和运动链如图 5 所示。根据机床结构，可得到轴空间到工件坐标系的映射关系

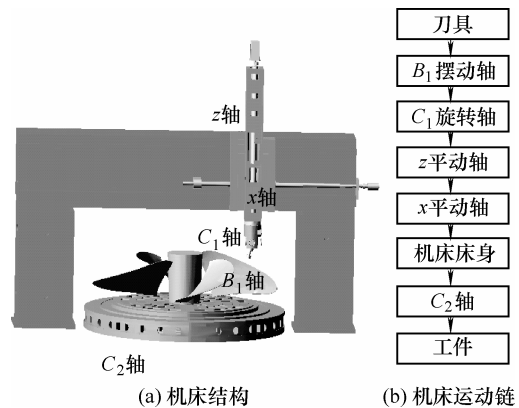


图 5 机床结构和运动链

$$P = f(M, Q) = \begin{pmatrix} Q_x & K_x \\ Q_y & K_y \\ Q_z & K_z \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}
 \mathbf{Q}_{WC_2} & \mathbf{Q}_{C_2z} & \mathbf{Q}_{zx} & \mathbf{Q}_{xC_1} & \mathbf{Q}_{C_1B_1} & \mathbf{Q}_{B_1T} & \mathbf{Q}_{T1}
 \end{matrix}
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 \\
 0 & 0 \\
 0 & 1 \\
 1 & 0
 \end{pmatrix} =
 \begin{pmatrix}
 -L_T \sin B_1 \cos(C_1 + C_2) + x \cos C_2 & \sin B_1 \cos(C_1 + C_2) \\
 -L_T \sin B_1 \sin(C_1 + C_2) + x \sin C_2 & \sin B_1 \sin(C_1 + C_2) \\
 -L_T \cos B_1 + z + L_C & \cos B_1 \\
 1 & 0
 \end{pmatrix}
 \quad (12)$$

式中, L_T 为刀具长度, L_C 为 C_1 旋转轴和 C_2 旋转轴坐标系间沿 z 向的距离, \mathbf{Q}_{T1} 、 \mathbf{Q}_{B_1T} 、 $\mathbf{Q}_{C_1B_1}$ 、 \mathbf{Q}_{xC_1} 、 \mathbf{Q}_{zx} 、 \mathbf{Q}_{C_2z} 和 \mathbf{Q}_{WC_2} 为刀具到工件各相邻轴的运动变换阵, B_1 、 C_1 、 C_2 、 x 和 z 为刀位点 P_i 对应的各轴运动坐标。

根据全微分算法, 由式(7)、式(9)和式(12)得到线性方程组如下所示

$$\begin{cases}
 \cos B_1 \cos(C_1 + C_2) \Delta B_1 - \sin B_1 \sin(C_1 + C_2) \Delta C_1 - \\
 \sin B_1 \sin(C_1 + C_2) \Delta C_2 - \Delta K_x = 0 \\
 \cos B_1 \sin(C_1 + C_2) \Delta B_1 + \sin B_1 \cos(C_1 + C_2) \Delta C_1 + \\
 \sin B_1 \cos(C_1 + C_2) \Delta C_2 - \Delta K_y = 0 \\
 -\sin B_1 \Delta B_1 - \Delta K_z = 0 \\
 \cos C_2 \Delta x - L_T \cos B_1 \cos(C_1 + C_2) \Delta B_1 - \\
 x \sin C_2 \Delta C_2 + L_T \sin B_1 \sin(C_1 + C_2) \Delta C_1 + \\
 L_T \sin B_1 \sin(C_1 + C_2) - \Delta Q_x = 0 \\
 \sin C_2 \Delta x - L_T \cos B_1 \sin(C_1 + C_2) \Delta B_1 + \\
 x \cos C_2 \Delta C_2 - L_T \sin B_1 \cos(C_1 + C_2) \Delta C_1 - \\
 L_T \sin B_1 \cos(C_1 + C_2) - \Delta Q_y = 0 \\
 \Delta z - L_T \sin B_1 \Delta B_1 - \Delta Q_z = 0
 \end{cases}
 \quad (13)$$

式中, ΔB_1 、 ΔC_1 、 ΔC_2 、 Δx 和 Δz 为各轴运动坐标增量, 通过求解线性方程式(13), 可以得到下一刀位点 P_{i+1} 对应各轴运动坐标。

为验证全微分算法的正确性, 采用公式推导法求解方程组式(12), 得到各轴运动坐标解为

$$\begin{cases}
 C_2 = a \tan \frac{Q_y + L_T K_y}{Q_x + L_T K_x} \\
 C_1 = a \tan \frac{K_y / K_x - \tan C_2}{1 + (K_y / K_x) \tan C_2} \\
 B_1 = a \tan \frac{K_x \cos(C_1 + C_2) + K_y \sin(C_1 + C_2)}{K_z} \\
 x = (Q_x + L_T K_x) \cos C_2 + (Q_y + L_T K_y) \sin C_2 \\
 z = Q_z + L_T K_z - L_C
 \end{cases}
 \quad (14)$$

由式(14)可知公式推导求解得到的各轴运动坐

标值为理想解, 不存在误差, 因此以公式推导求解的结果为标准, 评价全微分法和数值方法(最速下降法和阻尼最小二乘法)的计算结果。两种算法与公式推导法计算结果的相对误差如图6、7所示。

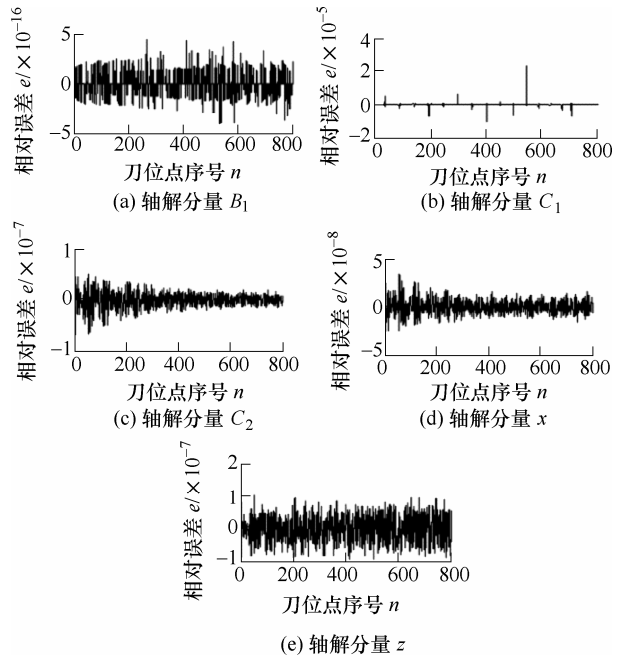


图6 全微分法的相对误差

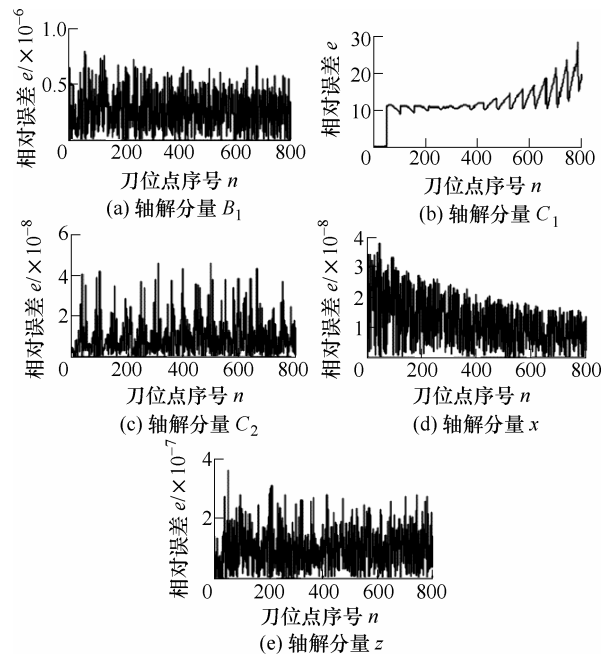


图7 数值法的相对误差

通过对比分析可以发现, 全微分法在每个运动轴上都有极高的求解精度, 并且求解稳定性高, 不会出现奇异解。数值法求解稳定性差, 在部分轴解较小的运动轴(如本例中的 C_1 轴)上求解误差还可能不断累积, 出现极大的偏差。这是由于部分 C_1 值很小, 应用数值方法求解时雅可比矩阵出现奇异, 迭代精度无法达到要求。同时, 相对于数值方法, 全

微分法的计算速度具有极大的优势,在主频为 2.6 GHz 的计算机上计算 840 个刀位点仅需 5 s。而数值方法在相同计算机上运算时间约为 6 h。

全微分法应用于螺旋桨加工机床后置处理,生成加工代码,实际加工过程中,加工轨迹光滑连续,加工情况如图 8 所示。



图 8 螺旋桨叶片加工现场

4 结 论

(1) 全微分后置求解算法只与机床整体运动变换阵有关,与机床运动轴轴数与几何位置无关,因而具有更好的通用性,可以应用于各种结构的多轴机床,算法通用性强、精度高而且求解过程简单易编程实现。

(2) 全微分后置求解算法应用于我国自主研发的七轴五联动数控机床上,进行通用后置求解的验证,取得高精度、高速度的求解效果。该算法为各种特殊结构的多轴数控机床提供通用的后置求解方法,能够极大的促进相关结构机床的研究和应用。

参 考 文 献

- [1] YE Tao, XIONG Caihua. Geometric parameter optimization in multi-axis machining[J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(8): 879-890.
- [2] LEE R S, SHE C H. Developing a postprocessor for three types of five-axis machine tools[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1997, 13(9): 658-655.
- [3] SHE C H, CHANG C C. Design of a generic five-axis postprocessor based on generalized kinematics model of machine tool[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2007, 47(3-4): 537-545.
- [4] SHE C H, CHANG C C. Development of a five-axis postprocessor system with a nutating head[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2007, 187-188(12): 60-64.
- [5] SHE C H, HUANG Z T. Postprocessor development of a five-axis machine tool with nutating head and table configuration[J]. Int. J. Adv. Manuf. Technol., 2008, 38(7-8): 728-740.
- [6] YUN J D, JUNG Y H, TAE D B, et al. A geometric postprocessing method using joint positions of a 5-axis machine[C/CD]//Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science, October 20-22, 2009, San Francisco, USA.
- [7] 石宏, 蔡光起, 李成华. 3-TPS 混联机床五轴联动加工后置处理算法研究[J]. 中国机械工程, 2006, 17(3): 244-247.
SHI Hong, CAI Guangqi, LI Chenghua. Study on the post-processing algorithms based on five-axis simultaneous motion of 3-TPS hybrid machine tool[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(3): 244-247.
- [8] 罗明, 吴宝海, 李山, 等. 自由曲面五轴加工刀轴矢量的运动学优化方法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 159-163.
LUO Ming, WU Baohai, LI Shan, et al. Five-axis tool orientation optimization based on kinematic method[J]. Journal of Mechanical engineering, 2009, 45(9): 159-163.
- [9] 彭芳瑜, 陈涛, 周云飞, 等. 七轴五联动车铣机床的结构建模及其求解[J]. 机械与电子, 2003(2): 13-16.
PENG Fangyu, CHEN Tao, ZHOU Yunfei, et al. Mechanism modeling and solving for lathe mill machine with seven five axis[J]. Machinery & Electronics, 2003(2): 13-16.
- [10] 何耀雄, 周云飞, 周济. 可补偿任意结构数控机床几何误差的通用后置处理[J]. 应用科学学报, 2002, 20(1): 85-89.
HE Yaoxiong, ZHOU Yunfei, ZHOU Ji. A generalized post-processing algorithm to compensate geometric errors of multi-axis NC machine tools with arbitrary configuration[J]. Journal of Applied Sciences, 2002, 20(1): 85-89.

作者简介: 彭芳瑜(通信作者),男,1972年出生,教授,博士研究生导师。主要研究方向为数控机床运动学和动力学。

E-mail: zwm8917@263.net

马吉阳,男,1986年出生。主要研究方向为数控机床运动学和动力学。

E-mail: majiyanghit@gmail.com